МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ИВАНОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Шуйский филиал ИвГУ

Кафедра математики, информатики и методики обучения

ОДОБРЕНО:
Руководитель ОП
_____ С.А. Зайцева
(подпись)
«21» июня 2023 г.

Рабочая программа дисциплины
АЛГЕБРА И ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ

Уровень высшего образования:	бакалавриат
Квалификация выпускника:	бакалавр
Направление подготовки:	44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)
Направленность (профиль) образовательной программы:	Математика; Информатика

Шуя

1. Цели освоения дисциплины: формирование системы знаний в области алгебры и теории чисел, включая связи с другими математическими дисциплинами и школьным курсом математики, развитие абстрактного мышления и знакомство с методом построения формальных доказательств.

2. Место дисциплины в структуре ОП

Дисциплина «Алгебра и теория чисел» является обязательной для изучения; относится к обязательной части блока дисциплин Б1, входит в Предметно-методический модуль.

Успешное освоение данной дисциплины будет способствовать готовности обучающихся к освоению дисциплин: «Математический анализ», «Геометрия», «Элементарная математика», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Системное программирование», «Прикладное программирование», «Основы информатики», «Физика природных явлений», «Практикум по решению задач по информатике», «Базы данных», «Дифференциальные уравнения», «Теоретические основы информатики», «Системное и прикладное программное обеспечение», «Дискретная математика», «Практикум по решению уравнений и неравенств с параметрами», «Практикум по решению математических задач повышенной трудности», «Численные методы», «Основы искусственного интеллекта», «Математическая логика и теория алгоритмов», «Компьютерное моделирование», «Логическое программирование», «Практикум по решению задач ЕГЭ по алгебре и началам математического анализа», «Практикум по решению задач ЕГЭ по геометрии», «История математики», «Компьютерные сети и Web-технологии», «Информационные технологии управления образовательным учреждением», «Основы робототехники»; прохождению практик: «Учебная практика, технологическая (проектно-технологическая) практика (предметно-методический модуль)», «Учебная практика, научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы) (предметно-методический модуль)» «Производственная практика, адаптационная практика (предметно-методический модуль)», «Производственная практика, технологическая (проектно-технологическая) практика (предметно-методический модуль)», «Производственная практика, ранняя преподавательская практика (предметно-методический модуль)», «Производственная практика, преподавательская практика (предметно-методический модуль)», «Производственная практика, научно-исследовательская работа (предметно-методический модуль)», «Производственная практика, педагогическая (комплексная) практика (предметно-методический модуль)», «Производственная практика, научно-исследовательская работа (предметно-методический модуль)»; подготовке к сдаче и сдаче государственного экзамена, выполнению и защите выпускной квалификационной работы.

Студент, приступающий к изучению дисциплины, должен обладать знаниями, умениями, навыками, полученными в курсе математики средней школы.

3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

3.1. Компетенции, формированию которых способствует данная дисциплина

При реализации дисциплины формируются следующие компетенции в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению подготовки:

а) универсальные компетенции (УК) и индикаторы их достижения:

Наименование категории (группы) универсальных компетенций	Код и наименование универсальной компетенции выпускника	Код и наименование индикатора достижения универсальной компетенции
Системное и критическое мышление	УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Демонстрирует знание особенностей системного и критического мышления и готовность к нему. УК-1.2. Применяет логические формы и процедуры, способен к рефлексии по поводу собственной и чужой мыслительной деятельности. УК-1.3. Анализирует источник информации с точки зрения временных и пространственных условий его возникновения. УК-1.4. Анализирует ранее сложившиеся в науке оценки информации. УК-1.5. Сопоставляет разные источники информации с целью выявления их противоречий и поиска достоверных суждений. УК-1.6. Аргументировано формирует собственное суждение и оценку информации, принимает обоснованное решение. УК-1.7. Определяет практические последствия предложенного решения задачи.

б) общепрофессиональные компетенции (ОПК) и индикаторы их достижения:

Наименование категории (группы) общепрофессиональных компетенций	Код и наименование общепрофессиональной компетенции выпускника	Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции
Научные основы педагогической деятельности	ОПК-8. Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	ОПК-8.1. Применяет методы анализа педагогической ситуации, профессиональной рефлексии на основе специальных научных знаний. ОПК-8.2. Проектирует и осуществляет учебно-

		воспитательный процесс с опорой на знания основных закономерностей возрастного развития когнитивной и личностной сфер обучающихся, научно-обоснованных закономерностей организации образовательного процесса, научных основ преподаваемых предметов, их истории и места в мировой культуре и науке. ОПК-8.3. Осуществляет мониторинг и отбор программ профессионального и личностного развития.

3.2. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с индикаторами достижения формируемых компетенций

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

– особенности системного и критического мышления (УК-1 (индикаторы – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7));

– научные основы преподаваемого предмета, его историю и место в мировой культуре и науке (конкретизируются применительно к изучаемой учебной дисциплине) (ОПК-8);

– этапы развития предметной области (ОПК-8 (индикаторы – 1, 2, 3));

– содержательные, методологические и мировоззренческие связи предметной области со смежными научными областями (ОПК-8 (индикаторы – 1, 2, 3)).

Уметь:

– анализировать источники информации с точки зрения временных и пространственных условий их возникновения (УК-1 (индикаторы – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7));

– анализировать ранее сложившиеся в науке оценки информации (УК-1 (индикаторы – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7));

– аргументированно формировать собственное суждение и оценку информации (УК-1 (индикаторы – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7));

– осуществлять корректный подбор методов анализа, проводить обработку данных исследования и правильную интерпретацию результатов (УК-1 (индикаторы – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7));

– руководствоваться в профессиональной деятельности научными основами преподаваемого предмета (конкретизируются применительно к изучаемой учебной дисциплине) (ОПК-8 (индикаторы – 1, 2, 3));

– соотносить основные этапы развития предметной области с ее актуальными задачами, методами и концептуальными подходами, тенденциями и перспективами ее современного развития (ОПК-8 (индикаторы – 1, 2, 3));

– устанавливать содержательные, методологические и мировоззренческие связи предметной области со смежными научными областями (ОПК-8).

Владеть:

– технологиями анализа и синтеза информации на основе системного подхода (УК-1

(индикаторы – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7));

– основными методами математической обработки информации (УК-1 (индикаторы – 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7));

– научными основами преподаваемого предмета (конкретизируются применительно к изучаемой учебной дисциплине) (ОПК-8 (индикаторы – 1, 2, 3));

– теоретическими и практическими знаниями для постановки и решения исследовательских задач в предметной области и в области образования (ОПК-8 (индикаторы – 1, 2, 3)).

4. Объём и содержание дисциплины

Очная форма обучения

Объём дисциплины составляет 8 зачётных единиц (216 час.)

Контактная работа 90,91 час.

Самостоятельная работа 125,09 час.

Виды учебных занятий и формы промежуточной аттестации	1 сем.		2 сем.		3 сем.	
	Контактная работа с преподавателем	Самостоятельная работа обучающегося	Контактная работа с преподавателем	Самостоятельная работа обучающегося	Контактная работа с преподавателем	Самостоятельная работа обучающегося
Лекции	12	18	12	29,75	13,5	27
Практические занятия	24		12		13,5	
Зачёт	-	-	0,25	-	-	-
Групповые консультации перед экзаменом	1,5	-	-	-	1,5	-
Экзамен	0,33	25,17	-	-	0,33	25,17
Всего	37,83	43,17	24,25	29,75	28,83	52,17

4.1. Содержание дисциплины по разделам (темам), соотнесенное с видами и объемом учебных занятий

Очная форма обучения

№ п/п	Раздел (тема) дисциплины	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу обучающихся и объем (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости Формы промежуточной аттестации
			Занятия лекционного типа	Занятия семинарского типа		Самостоятельная работа обучающегося	
				Лаб.	Пр.		
1.	Системы линейных уравнений	1	6	-	12	7	Текущий контроль 1
2.	Алгебра матриц	1	1,5	-	3	3	
3.	Введение в теорию чисел	1	4,5	-	9	8	Текущий контроль 2
ИТОГО (1 семестр)			12	-	24	18	Экзамен

4.	Основы абстрактной алгебры	2	3		1,5	8	
5.	Многочлены одной переменной	2	6		7,5	14	Текущий контроль 1
6.	Многочлены нескольких переменных	2	3		3	7,75	Текущий контроль 2
ИТОГО (2 семестр)			12		12	29,75	Зачёт
7.	Основы теории сравнений	3	3		1,5	6	
8.	Сравнения с неизвестной величиной и их системы	3	4,5		6	9	Текущий контроль 1
9.	Основы теории степенных вычетов	3	4,5		4,5	9	
10.	Арифметические приложения теории сравнений	3	1,5		1,5	3	Текущий контроль 2
ИТОГО (3 семестр)			13,5		13,5	27	Экзамен

4.2. Развернутое описание содержания учебного материала по разделам (темам)

Системы линейных уравнений

Система линейных уравнений. Система понятий, описывающих структуру системы линейных уравнений общего вида. Решение системы линейных уравнений, совместные и несовместные системы. Понятие системы линейных однородных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Определители второго и третьего порядков. Перестановки и подстановки, их свойства. Определитель n-го порядка, его свойства. Миноры и их алгебраические дополнения. Миноры и алгебраические дополнения элементов определителя. Разложение определителя по строке (столбцу). Правило Крамера. Условие существования нетривиального решения у системы линейных однородных уравнений. Определение арифметического n-мерного пространства. Линейная зависимость векторов. Ранг системы векторов. Ранг матрицы. Метод окаймляющих миноров вычисления ранга матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Алгоритм решения системы линейных уравнений общего вида. Свойства множества решений системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений. Приведённая система и её свойства.

Алгебра матриц

Простейшие операции над матрицами: транспонирование, сложение, умножение на число. Умножение матриц. Умножение квадратных матриц. Обратная матрица. Кольцо матриц. Матричный метод решения систем линейных уравнений, матричные уравнения.

Введение в теорию чисел

Понятие комплексного числа. Арифметические операции над комплексными числами и их свойства. Алгебраическая форма комплексного числа. Геометрическая интерпретация комплексных чисел, комплексная плоскость, тригонометрическая форма комплексного числа. Простейшие функции комплексного переменного (действительная и мнимая части числа, модуль и аргумент, связи между ними). Сопряжённые числа и их свойства. Формула Муавра. Извлечение корней из комплексных чисел. Решение квадратных уравнений на множестве комплексных чисел. Отношение делимости на множестве целых чисел и его свойства, деление с остатком. Простые и составные числа, каноническое разложение числа

на простые множители. НОД и НОК чисел. Взаимно простые числа, функция Эйлера. Цепные дроби. Подходящие дроби. Позиционные системы счисления. Арифметические операции в произвольных системах счисления.

Абстрактная алгебра

Отношения и операции на множествах. Бинарные отношения и операции, их свойства. Отношение эквивалентности, классы эквивалентности, фактор-множество. Системы с отношениями и операциями, классификация. Понятие подструктуры. Гомоморфизм и изоморфизм алгебраических структур. Простейшие алгебраические структуры и их свойства: полугруппы, моноиды, группы. Полукольца и их свойства. Кольца и их свойства. Идеал коммутативного кольца, отношение сравнения по идеалу, фактор-кольцо. Поля и их свойства. Понятие векторного пространства и его свойства.

Многочлены одной переменной

Понятие многочлена от одной переменной над полем (кольцом). Равенство многочленов. Операции над многочленами и их свойства, кольцо многочленов. Делимость многочленов, наибольший общий делитель многочленов, алгоритм Евклида. Соотношение Безу для многочленов. Значение многочлена, корень многочлена. Деление многочлена на линейный многочлен, теорема Безу, схема Горнера. Производная многочлена. Кратные корни. Основная теорема алгебры и её доказательство. Вспомогательные утверждения: лемма о непрерывности многочлена, лемма о модуле старшего члена, лемма о возрастании модуля многочлена, лемма Даламбера. Разложение многочлена на линейные множители над полем комплексных чисел. Эквивалентность функционального и алгебраического определений равенства многочленов. Формулы Виета. Особенности многочленов с действительными коэффициентами. Приводимые и неприводимые многочлены. Разложение на неприводимые множители. Решение уравнений 3 и 4 степени. Приложения схемы Горнера. Конструирование многочленов с заданным набором корней. Разложение многочленов на неприводимые множители.

Многочлены от нескольких переменных

Понятие многочлена нескольких переменных, операции над многочленами от нескольких переменных. Лексикографическое расположение членов многочлена, высший член многочлена. Теорема о высшем члене произведения многочленов. Симметрические многочлены, элементарные симметрические многочлены, основная теорема о симметрических многочленах. Приложения теории симметрических многочленов.

Основы теории сравнений

Отношение сравнения по заданному модулю и его свойства, классы вычетов. Арифметические операции над классами вычетов. Кольцо классов вычетов. Теоремы Эйлера и Ферма. Полные и приведённые системы вычетов.

Сравнения с неизвестной величиной и их системы

Сравнение с неизвестной величиной. Решение сравнения с неизвестной величиной, эквивалентные сравнения. Понятие сравнения первой степени. Алгоритм решения сравнения первой степени. Системы сравнения первой степени и алгоритм её решения. Особенности сравнений n-ой степени по простому модулю. Упрощение сравнений. Теоремы о количестве решений. Сведение сравнения по составному модулю к системе сравнений. Теорема о количестве решений сравнения по составному модулю. Алгоритм решения сравнения по модулю p^k.

Основы теории степенных вычетов

Решение сравнения второй степени общего вида. Квадратичные вычеты и невычеты. Критерий Эйлера. Символ Лежандра и его свойства. Закон взаимности. Показатели классов

по данному модулю и их свойства. Число классов с заданным показателем. Первообразные корни по простому модулю и их свойства. Понятие индекса числа по заданному модулю. Свойства индексов по простому модулю.

Арифметические приложения теории сравнений

Признаки делимости. Проверка правильности выполнения арифметических действий. Определение длины периода периодической систематической дроби.

5. Образовательные технологии, в том числе перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Реализация дисциплины «Алгебра и теория чисел» в учебном процессе предусматривает использование следующих образовательных технологий, методов и форм: технологии коллективного способа обучения; рейтинговая технология; интерактивные лекции; дискуссия; групповая работа.

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине: мультимедиа технологии (интерактивная доска, мультимедийный проектор); технологии визуализации (презентация Microsoft Office PowerPoint).

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине «Алгебра и теория чисел» осуществляется в следующих формах: выполнение домашних практических и самостоятельных заданий, конспектирование дополнительных вопросов из разделов дисциплины. Организация самостоятельной работы по дисциплине направлена на формирование профессионально значимых компонентов формируемых компетенций. Учебный материал для самостоятельной работы предлагается студентам в виде заданий для осуществления целеполагания, сбора необходимой информации, ее анализа с различных точек зрения, выдвижения гипотез и их проверки, формулировки выводов. Содержание заданий разрабатывается на основе применяемых технологий обучения. Основу каждого задания составляет предметная область, в рамках содержания которой студентам предлагается решить основные задачи профессиональной деятельности.

Полностью весь методический материал по обеспечению самостоятельной работы студентов приводится в приложении 1 к настоящей программе. Доступ к методическим материалам осуществляется через сайт Шуйского филиала ИвГУ, в том числе через ЭБС Шуйского филиала ИвГУ на платформе «Руконт».

7. Характеристика оценочных средств для текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации по дисциплине

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости (1 семестр): комплект заданий для контрольных работ.

Текущий контроль 1 представляет собой контрольную работу на тему «Системы линейных уравнений», включающую задачи на проверку порогового, базового и повышенного уровня развития компетенций. За решение задач, относящихся к пороговому, базовому и повышенному уровню даётся 5, 10 и 15 баллов соответственно. Итоговая оценка формируется из баллов за 3 выполненных задачи, максимум 30 баллов.

Текущий контроль 2 представляет собой контрольную работу на темы «Алгебра матриц» и «Введение в теорию чисел», включающую задачи на проверку порогового,

базового и повышенного уровня развития компетенций. За решение задач, относящихся к пороговому, базовому и повышенному уровню даётся 5, 10 и 15 баллов соответственно. Итоговая оценка формируется из баллов за 3 выполненных задачи, максимум 30 баллов.

Наряду с этим, в процессе текущего контроля учитываются:

- выполнение семестрового плана самостоятельной работы – 20 баллов;
- посещаемость занятий – 10 баллов;
- активность на практических занятиях – 10.

Форма проведения экзамена (1 семестр):

- письменная (или смешанная, по желанию студента);
- использование рейтинговой оценки, с учётом семестрового плана самостоятельной работы и результатов текущего контроля.

На экзамене (1 семестр) по дисциплине «Алгебра и теория чисел» знания, умения и владения характеризующие этапы формирования компетенций УК-1, ОПК-8 проверяются следующими оценочными средствами:

- комплект материалов для тестирования;
- комплект заданий для контрольной работы.

За успешное прохождение тестирования начисляется 10 баллов.

Комплект заданий для контрольной работы включает в себя задания, проверяющие овладение студентом системой знаний по дисциплине. На экзамене студент получает 2 задания из предложенного комплекта: теоретический вопрос (представление фрагмента теории) и вычислительную задачу. Ответ на теоретический вопрос в зависимости от уровня качества оценивается следующим образом (результирующий балл за ответ пропорционален полноте изложения вопроса): 0-4 балла, если обучающийся демонстрирует владение основными понятиями и фактами по вопросу; 0-8 балла, если обучающийся демонстрирует владение системой понятий и фактов по вопросу и связями материала вопроса с другими темами и дисциплинами; 0-10 балла, если обучающийся демонстрирует способность обосновывать факты по вопросу. Правильно решённая и оформленная вычислительная задача оценивается в 10 баллов. Баллы снижаются за наличие недочётов, вычислительных и содержательных ошибок, отсутствие необходимых элементов решения задачи.

Оценка результатов освоения дисциплины при рейтинговой системе оценивания формируется по 100-балльной шкале из результатов текущего контроля успеваемости и результатов, полученных на экзамене.

Оценка на экзамене, отражающая уровень развития формируемых компетенций, выставляется по следующей шкале:

Шкала оценки результатов освоения дисциплины «Алгебра и теория чисел» при рейтинговой системе оценивания

Повышенный уровень	Базовый уровень	Пороговый уровень	Ниже порогового уровня
отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
85-100 баллов	71-84 балла	61-70 баллов	60 и менее баллов

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости (2 семестр): комплект заданий для контрольных работ.

Текущий контроль 1 представляет собой контрольную работу на тему «Многочлены

одной переменной», включающую задачи на проверку порогового, базового и повышенного уровня развития компетенций. За решение задач, относящихся к пороговому, базовому и повышенному уровню даётся 5, 10 и 15 баллов соответственно. Итоговая оценка формируется из баллов за 3 выполненных задачи, максимум 30 баллов.

Текущий контроль 2 представляет собой контрольную работу на темы «Многочлены нескольких переменных» и «Решение полиномиальных уравнений», включающую задачи на проверку порогового, базового и повышенного уровня развития компетенций. За решение задач, относящихся к пороговому, базовому и повышенному уровню даётся 5, 10 и 15 баллов соответственно. Итоговая оценка формируется из баллов за 3 выполненных задачи, максимум 30 баллов.

Наряду с этим, в процессе текущего контроля учитываются:

- выполнение семестрового плана самостоятельной работы – 20 баллов;
- посещаемость занятий – 10 баллов;
- активность на практических занятиях – 10.

Форма проведения зачёта (2 семестр):

- письменная;
- использование рейтинговой оценки, с учётом семестрового плана самостоятельной работы и результатов текущего контроля.

На зачёте (2 семестр) по дисциплине «Алгебра и теория чисел» знания, умения и владения характеризующие этапы формирования компетенций УК-1, ОПК-8 проверяются следующими оценочными средствами:

- комплект материалов для тестирования;
- комплект заданий для контрольной работы.

За успешное прохождение тестирования начисляется 10 баллов.

Комплект заданий для контрольной работы включает в себя задачи, проверяющие овладение студентом системой знаний по дисциплине. На зачёте студент получает 2 задачи из предложенного комплекта. За правильное решение каждой задачи начисляется 10 баллов.

Оценка результатов освоения дисциплины при рейтинговой системе оценивания формируется по 100-балльной шкале из результатов текущего контроля успеваемости и результатов, полученных на зачёте.

Оценка на зачёте, отражающая уровень развития формируемых компетенций, выставляется по следующей шкале:

Шкала оценки результатов освоения дисциплины «Алгебра и теория чисел» при рейтинговой системе оценивания

Повышенный уровень	Базовый уровень	Пороговый уровень	Ниже порогового уровня
зачтено	зачтено	зачтено	не зачтено
85-100 баллов	71-84 балла	61-70 баллов	60 и менее баллов

Оценочные средства для текущего контроля успеваемости (3 семестр): комплект заданий для контрольных работ.

Текущий контроль 1 представляет собой контрольную работу на тему «Сравнения первой степени и их системы», включающую задачи на проверку порогового, базового и повышенного уровня развития компетенций. За решение задач, относящихся к пороговому,

базовому и повышенному уровню даётся 5, 10 и 15 баллов соответственно. Итоговая оценка формируется из баллов за 3 выполненных задачи, максимум 30 баллов.

Текущий контроль 2 представляет собой контрольную работу на тему «Основы теории степенных вычетов», включающую задачи на проверку порогового, базового и повышенного уровня развития компетенций. За решение задач, относящихся к пороговому, базовому и повышенному уровню даётся 5, 10 и 15 баллов соответственно. Итоговая оценка формируется из баллов за 3 выполненных задачи, максимум 30 баллов.

Наряду с этим, в процессе текущего контроля учитываются:

- выполнение семестрового плана самостоятельной работы – 20 баллов;
- посещаемость занятий – 10 баллов;
- активность на практических занятиях – 10.

Форма проведения экзамена (3 семестр):

- письменная (или смешанная, по желанию студента);
- использование рейтинговой оценки, с учётом семестрового плана самостоятельной работы и результатов текущего контроля.

На экзамене (3 семестр) по дисциплине «Алгебра и теория чисел» знания, умения и владения характеризующие этапы формирования компетенций УК-1, ОПК-8 проверяются следующими оценочными средствами:

- комплект материалов для тестирования;
- комплект заданий для контрольной работы.

За успешное прохождение тестирования начисляется 10 баллов.

Комплект заданий для контрольной работы включает в себя задания, проверяющие овладение студентом системой знаний по дисциплине. На экзамене студент получает 2 задания из предложенного комплекта: теоретический вопрос (представление фрагмента теории) и вычислительную задачу. Ответ на теоретический вопрос в зависимости от уровня качества оценивается следующим образом (результирующий балл за ответ пропорционален полноте изложения вопроса): 0-4 балла, если обучающийся демонстрирует владение основными понятиями и фактами по вопросу; 0-8 балла, если обучающийся демонстрирует владение системой понятий и фактов по вопросу и связями материала вопроса с другими темами и дисциплинами; 0-10 балла, если обучающийся демонстрирует способность обосновывать факты по вопросу. Правильно решённая и оформленная вычислительная задача оценивается в 10 баллов. Баллы снижаются за наличие недочётов, вычислительных и содержательных ошибок, отсутствие необходимых элементов решения задачи.

Оценка результатов освоения дисциплины при рейтинговой системе оценивания формируется по 100-балльной шкале из результатов текущего контроля успеваемости и результатов, полученных на экзамене.

Оценка на экзамене, отражающая уровень развития формируемых компетенций, выставляется по следующей шкале:

Шкала оценки результатов освоения дисциплины «Алгебра и теория чисел» при рейтинговой системе оценивания

Повышенный уровень	Базовый уровень	Пороговый уровень	Ниже порогового уровня
отлично	хорошо	удовлетворительно	неудовлетворительно
85-100 баллов	71-84 балла	61-70 баллов	60 и менее баллов

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

Учебная и учебно-методическая литература:

– основная литература:

1. Веселова, Л.В. Алгебра и теория чисел : учебное пособие / Л.В. Веселова, О.Е. Тихонов ; Министерство образования и науки России, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Казанский национальный исследовательский технологический университет». – Казань : Казанский научно-исследовательский технологический университет, 2014. – 107 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428287
2. Бухштаб, А. А. Теория чисел : учебное пособие / А. А. Бухштаб. - 3-е изд. ; стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2008. - 384 с.
3. Курош, А. Г. Курс высшей алгебры : учебник для студентов высших учебных заведений / А. Г. Курош. - 17-е изд. ; стер. - Москва : Физматлит, 2008. - 432 с.

– дополнительная литература:

1. Боревич, З. И. Теория чисел / З. И. Боревич, И. Р. Шафаревич. - 3-е изд. ; доп. - Москва : Наука, 1985. - 504 с.
2. Михалева, М.М. Алгебра и теория чисел : учебное пособие / М.М. Михалева, Б.М. Веретенников ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина. – Екатеринбург: Издательство Уральского университета, 2014. – Ч. 1. – 51 с.
3. Данилова, Т.В. Теория чисел: Задачи с примерами решений : учебное пособие / Т.В. Данилова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова. – Архангельск : САФУ, 2015. – 104 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436368
4. Кострикин, А. И. Введение в алгебру : учебник для вузов. Ч. 1 : Основы алгебры / А. И. Кострикин. - 2-е изд. ; испр. - Москва : Физматлит, 2001. - 272 с. - ISBN 5-9221-0167-6
5. Кострикин, А. И. Введение в алгебру : учебник для вузов. Ч. 2 : Линейная алгебра / А. И. Кострикин. - 2-е изд. ; испр. - Москва : Физматлит, 2001. - 368 с. - ISBN 5-9221-0168-4
6. Кострикин, А. И. Введение в алгебру : учебник для вузов. Ч. 3 : Основные структуры / А. И. Кострикин. - 2-е изд. ; испр. - Москва : Физматлит, 2001. - 272 с. - ISBN 5-9221-0169-2
7. Куликов, Л. Я. Алгебра и теория чисел : учебное пособие для педагогических институтов / Л. Я. Куликов. - Москва : Высшая школа, 1979. - 560 с.

Интернет-ресурсы:

1. http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/algebra.htm Литература по алгебре.
2. http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics/numtheory.htm Литература по теории чисел.

Современные профессиональные базы данных и информационно-справочные системы:

1. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» - http://biblioclub.ru/;
2. Коллекция Шуйского филиала ИвГУ на национальном цифровом ресурсе «Руконт» - https://www.rucont.ru/;
3. Консультант Плюс http://www.consultant.ru/
4. Методическое хранилище Ивановского института развития образования.-

http://www.iroio.ru/;
5. Словари и энциклопедии на Академике. - https://dic.academic.ru/.

Программное обеспечение:

В процессе изучения дисциплины используются офисные пакеты Microsoft Office, Open Office, программа для просмотра и чтения файлов PDF Adobe Acrobat Reader DC, программа для воспроизведения флэш-анимации в браузерах Adobe Flash Player, вэб-обозреватели Google Chrome, Opera, Антивирус Касперского, 1С университет.

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины

1. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для предоставления учебной информации большой аудитории.
2. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения.
3. Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения.
4. Учебная аудитория для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованная специализированной мебелью и техническими средствами обучения.
5. Помещение для самостоятельной работы, оснащенное специализированной мебелью, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.
6. Учебно-наглядные пособия для занятий лекционного типа, обеспечивающие тематические иллюстрации: электронные пособия (презентации).

Основная профессиональная образовательная программа
Математика; Информатика
по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование
(с двумя профилями подготовки)

Автор(ы) рабочей программы дисциплины: А.С. Зинченко, доцент кафедры математики, информатики и методики обучения, кандидат технических наук.

Программа рассмотрена на заседании кафедры математики, информатики и методики обучения «15» мая 2019 г., протокол № 8

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № 5 от «21» февраля 2020 г.
Согласовано:
Руководитель ОП
_____ С.А. Зайцева
(подпись)

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № 10 от «07» июня 2021 г.
Согласовано:
Руководитель ОП
_____ С.А. Зайцева
(подпись)

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № 7 от «18» февраля 2022 г.
Согласовано:
Руководитель ОП
_____ С.А. Зайцева
(подпись)

Программа обновлена
протокол заседания кафедры № 11 от «21» июня 2023 г.
Согласовано:
Руководитель ОП
_____ С.А. Зайцева
(подпись)

Приложение 1.

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В течение семестра обучающемуся предлагается выполнить перечень практических работ, направленных на освоение основных алгоритмов решения задач, и на основании лекционных материалов и источников, представленных в разделе 8 рабочей программы, составить конспекты материалов семестра по вопросам, перечень которых указан ниже. Каждый из видов работ оценивается в соответствии с рейтинговой системой. Все задания предоставляются преподавателю в письменной форме согласно графику сдачи семестровой самостоятельной работы.

Практические задания

Задания для организации самостоятельной работы студентами берутся в сборниках задач:

Фадеев, Д. К., Соминский, И. С., Сборник задач по высшей алгебре – изд. 11, М.: «Наука», 1977 г.

Грибанов В.У., Титов П.И., Сборник упражнений по теории чисел – М.: «Просвещение», 1964 г.

Рассматриваемые на практических занятиях задачи охватывают все типы задач, входящих в контрольные работы и экзаменационные билеты. Студент самостоятельно выбирает и письменно выполняет по 5 зданий из перечисленных учебных пособий на каждую из тем:

1 семестр

1. Определители 2 и 3 порядка.
2. Вычисление определителей.
3. Методы решения систем линейных уравнений
4. Ранг матрицы
5. Системы линейных уравнений общего вида
6. Системы линейных уравнений общего вида
7. Системы линейных однородных уравнений
8. Текущий контроль 1
9. Операции над матрицами
10. Матричный метод и матричные уравнения
11. Система комплексных чисел
12. Корни из комплексных чисел
13. Цепные дроби
14. Позиционные системы счисления
15. Позиционные системы счисления
16. Текущий контроль 2

2 семестр

1. Свойства абстрактных алгебраических структур
2. Делимость многочленов
3. Схема Горнера
4. Корни многочленов
5. Текущий контроль 1
6. Решение уравнений 3 и 4 степени
7. Симметрические многочлены

8. Текущий контроль 2

3 семестр

1. Операции с классами вычетов
2. Сравнения первой степени
3. Системы сравнений первой степени
4. Сравнения n-ой степени
5. Текущий контроль 1
6. Квадратичные вычеты и невычеты
7. Степенные вычеты
8. Индексы
9. Текущий контроль 2

Конспекты материалов семестра

Формирование конспектов материалов семестра является одним из этапов подготовки к промежуточной аттестации. При работе с вопросами нужно обращать внимание на следующие моменты. На первом этапе освоения выделяются основные элементы материала. Основными элементами материала являются понятия, утверждения (формулы) и алгоритмы. При освоении понятия необходимо выделить в определении характеристические свойства, родительские понятия, примеры определяемых объектов, назначение вводимого понятия. При освоении утверждения необходимо определить, какие понятия в нём используются и какую роль выполняет данное утверждение. При построении доказательства каждый его шаг должен быть обоснован. При освоении алгоритма необходимо выделить назначение алгоритма, перечень используемых понятий и утверждений, входные данные и результат. Таким образом формируется единая система знаний по дисциплине. В конспекты материалов семестра рекомендуется включать примеры решения задач на реализацию основных изучаемых алгоритмов.

Перечень вопросов для освоения:

1 семестр

1. Системы линейных уравнений: основные определения.
2. Эквивалентность систем линейных уравнений.
3. Метод Гаусса.
4. Определители второго и третьего порядка.
5. Перестановки и подстановки.
6. Определители n-го порядка и их основные свойства.
7. Вычисление определителей n-го порядка.
8. Правило Крамера.
9. Арифметическое n-мерное пространство.
10. Линейная зависимость векторов арифметического n-мерного пространства.
11. Эквивалентные системы векторов. Ранг системы векторов.
12. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли.
13. Решение системы линейных уравнений общего вида.
14. Системы линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений.
15. Связь между решениями неоднородной и соответствующей однородной системы линейных уравнений.
16. Понятие матрицы. Простейшие операции над матрицами.

17. Умножение матриц.
18. Умножение квадратных матриц.
19. Обратная матрица. Матричный метод решения систем линейных уравнений.
20. Система комплексных чисел.
21. Арифметические операции над комплексными числами и их свойства.
22. Геометрическая интерпретация системы комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексного числа.
23. Операции над комплексными числами в тригонометрической форме. Формула Муавра.
24. Сопряженные комплексные числа.
25. Взаимосвязь алгебраической и тригонометрической форм комплексных чисел. Простейшие функции комплексного переменного.
26. Извлечение корня из комплексных чисел.
27. Отношение делимости на множестве целых чисел и его свойства.
28. Теорема о делении с остатком.
29. Простые числа. Алгоритмы отыскания простых чисел.
30. Составные числа. Каноническое разложение числа на простые множители.
31. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное чисел.
32. Алгоритм Евклида.
33. Взаимно простые числа, функция Эйлера.
34. Цепные дроби.
35. Подходящие дроби.
36. Представление чисел в позиционных системах счисления.
37. Алгоритмы выполнения арифметических операций в позиционных системах счисления.
38. Деление в позиционных системах счисления. Оперирование с рациональными числами.

2 семестр

1. Отношения и операции на множествах.
2. Бинарное отношение на множестве. Свойства бинарных отношений.
3. Отношение эквивалентности. Классы эквивалентности. Фактор-множества.
4. Отношения порядка. Линейный порядок. Упорядоченные множества.
5. Бинарные операции. Свойства бинарных операций.
6. Основные алгебраические структуры: модели, алгебры, алгебраические системы. Понятие подструктуры алгебраической структуры.
7. Гомоморфизм и изоморфизм алгебраических структур.
8. Полугруппы и их свойства.
9. Моноиды и их свойства.
10. Группы и их свойства.
11. Полукольца и их свойства.
12. Кольца и их свойства.
13. Поля и их свойства.
14. Векторные пространства и их простейшие свойства.
15. Понятие многочлена от одного неизвестного: основные определения.
16. Значение многочлена. Равенство многочленов.
17. Сложение и вычитание многочленов, свойства сложения и вычитания многочленов.

18. Умножение многочленов. Свойства умножения многочленов.
19. Кольцо многочленов.
20. Теорема о делении с остатком для многочленов.
21. Делимость многочленов. Свойства отношения делимости.
22. Понятие приводимого и неприводимого над данным полем (кольцом) многочлена. Свойства неприводимых в данном поле многочленов.
23. Разложение многочлена в произведение неприводимых многочленов и единственность такого разложения.
24. НОД многочленов. Алгоритм Евклида для многочленов.
25. Соотношение Безу для многочленов. Взаимно простые многочлены.
26. Деление многочлена на двучлен. Корни многочлена. Теорема Безу.
27. Схема Горнера.
28. Производная многочлена.
29. Кратные корни.
30. Основная теорема алгебры: лемма о непрерывности многочлена.
31. Основная теорема алгебры: лемма о модуле старшего члена.
32. Основная теорема алгебры: лемма о возрастании модуля многочлена.
33. Основная теорема алгебры: лемма Даламбера.
34. Основная теорема алгебры: доказательство теоремы.
35. Разложение многочлена на линейные множители.
36. Признак равенства многочленов. Интерполяционная формула Лагранжа.
37. Формулы Виета. Многочлены с действительными коэффициентами.
38. Решение квадратных и кубических уравнений в общем виде.
39. Решение уравнений четвёртой степени в общем виде. Неразрешимость в общем виде уравнений более высоких степеней.
40. Понятие многочлена от нескольких переменных. Равенство многочленов. Операции над многочленами.
41. Лексикографическое упорядочение многочленов. Лемма о высшем члене произведения многочленов.
42. Симметрические многочлены. Основная теорема о симметрических многочленах и следствия из нее.

3 семестр

1. Отношение сравнения на множестве целых чисел и его свойства.
2. Классы вычетов по заданному модулю.
3. Арифметические операции над классами вычетов.
4. Полная система вычетов.
5. Функция Эйлера и её свойства.
6. Приведённая система вычетов.
7. Теоремы Эйлера и Ферма.
8. Группа классов взаимно простых с модулем.
9. Кольцо классов вычетов.
10. Поле классов вычетов по простому модулю.
11. Сравнения с неизвестной величиной. Решение сравнений.
12. Эквивалентные сравнения.
13. Системы сравнений и их решение.
14. Сравнения первой степени: условие разрешимости, методы решения.

15. Сравнения первой степени: случай нескольких решений.
16. Системы сравнений первой степени: алгоритм решения.
17. Системы сравнения первой степени: случай взаимно простых модулей.
18. Сравнения n-ой степени по простому модулю.
19. Сравнения n-ой степени по составному модулю.
20. Сравнения n-ой степени по модулю p^k.
21. Показатели классов по заданному модулю.
22. Число классов с заданным показателем.
23. Первообразные корни по простому модулю.
24. Индексы по простому модулю.
25. Применение индексов к решению сравнений.
26. Квадратичное сравнение общего вида.
27. Квадратичные вычеты и невычеты.
28. Символ Лежандра. Закон взаимности.
29. Обоснование признаков делимости, изучаемых в школьном курсе.
30. Признаки делимости (общая теория).
31. Проверка правильности арифметических действий.
32. Длина периода десятичной дроби.